Dr hab. Mieczysław Cichoń

Analiza dla informatyków
DANI2

Zarys programu wykładu i ćwiczeń (orientacyjna liczba godzin na temat w nawiasach):

1. **Całkowanie numeryczne (3):**
   - Powtórzenie informacji o całce Riemanna i wzorze Taylora.
   - Całkowanie numeryczne.
   - Metody prostokątów, trapezów i Simpsona.
   - Kwadratury, rząd metody, oszacowanie błędów.
   - Inne metody całkowania.

2. **Ciągi i szeregi funkcyjne (2):**
   - Pojecie ciągu i szeregu funkcyjnego.
   - Zbieżność punktowa.
   - Zbieżność jednostajna ciągu i szeregu funkcyjnego.
   - Wybrane metody badania zbieżności.
   - Kryterium Weierstrassa zbieżności jednostajnej szeregów.
   - Twierdzenie o zmianie kolejności przejść granicznych.
   - Ciągłość, różniczkowalność i całkowalność szeregów funkcyjnych.

3. **Szeregi potęgowe (i szeregi Taylora) (2):**
   - Wzór Taylora.
   - Klasa funkcji analitycznych.
   - Promień zbieżności szeregu potęgowego, wzór Cauchy'ego--Hadamarda.
   - Różniczkowanie szeregu potęgowego wyraz po wyrazie.
   - Zachowanie się sumy szeregu potęgowego na końcach przedziału zbieżności (tw. Abela).
   - Funkcje e^z, sin z i cos z argumentu zespolonego.
   - Wzory Eulera.

4. **Szeregi Fouriera(8):**
   - Funkcje okresowe.
   - Szereg trygonometryczny w postaci rzeczywistej i zespolonej.

- Wzory Eulera-Fouriera.
- Problem zbieżności szeregu trygonometrycznego.
- Szereg Fouriera funkcji ciągłej i całkowalnej.
- Różniczkowanie szeregu Fouriera.

- Iloczyn ortogonalny funkcji.
- Własność minimum współczynników Fouriera.
- Nierówność Bessela i tożsamość Parsevala.
- Zbieżność szeregu Fouriera funkcji kawałkami różniczkowalnej.
- Wnioski: twierdzenia Weierstrassa. Zastosowania do sumowania szeregów.

- Transformata Fouriera (ciągła) i jej podstawowe własności.
- Podstawowe zastosowania transformaty Fouriera (cz. I).
- Dyskretna transformata Fouriera.
- Szybka transformata Fouriera (FFT). Zastosowania do kompresji danych (MP3, JPEG).

5. **Różniczkowanie funkcji wielu zmiennych (12):**
    - Długość wektora, norma. Odwzorowania liniowe.
    - Różne metody reprezentowania funkcji wielu zmiennych. Ciągłość.
    - Definicja pochodnej odwzorowania $\boldsymbol{f} : \boldsymbol{R}^n \longrightarrow \boldsymbol{R}^m$, elementarne własności.
    - Pochodne cząstkowe i ich związek z pochodną odwzorowania, macierz Jacobiego i jakobian.
    - Twierdzenie o różniczkowaniu funkcji złożonej, twierdzenie o wartości średniej.
    - Reguła łańcucha, gradient i pochodna kierunkowa.
    - Pochodne cząstkowe wyższych rzędów, twierdzenie Schwarza.
    - Wzór Taylora dla funkcji wielu zmiennych.
    - Ekstrema funkcji wielu zmiennych.
    - Współrzędne krzywoliniowe.
    - Opis matematyczny za pomocą pochodnych (droga, prędkość, przyspieszenie w ruchu krzywoliniowym itp.).

6. **Elementy teorii równań różniczkowych (12):**
    - Definicja równania, warunku początkowego i rozwiązania. Zagadnienie Cauchy'ego.
    - Podstawowe typy równań pierwszego rzędu całkowalnych przez kwadratury (np. o zmiennych rozdzielonych, jednorodne, liniowe).
    - Wybrane równania różniczkowe.

- Równania liniowe rzędu pierwszego. Podstawowe metody ich rozwiązywania.
- Zagadnienie Cauchy'ego i równoważne równanie całkowe.
- Istnienie rozwiązań równania różniczkowego, tw. Peano.
- Problem jedyności istnienie rozwiązania, tw. Picarda. Wykorzystanie metod całkowania numerycznego do rozwiązywania równań.
- Zależność rozwiązania od warunku początkowego (i parametru).
- Przedłużanie rozwiązań. Maksymalny przedział istnienia.

- Układy równań różniczkowych liniowych, wrońskian, fundamentalny układ rozwiązań układu jednorodnego.
- Układy jednorodne, metoda uzmienniania stałych.
- Układy równań liniowych o stałych współczynnikach.
- Metoda Szufli znajdywania układów fundamentalnych.
- Równania liniowe wyższych rzędów o stałych współczynnikach. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym. Ciągi kolejnych przybliżeń. Oszacowanie błędu. Metoda kolejnych przybliżeń dla zagadnienia Cauchy'ego.

7. **Analityczne i numeryczne metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych (4):**
   - Analityczne metody rozwiązywania równań różniczkowych – przegląd (ciągi funkcyjne cz. II, zastosowanie transformaty Fouriera cz. II)
   - Dyskretyzacja (pochodna i całka).
   - Metody jednokrokowe, błąd globalny i lokalny, rząd zbieżności i rząd zgodności.
   - Metody Eulera.
   - Klasyczna metoda Runge-Kutty i inne metody z tej rodziny.
   - Analiza błędu lokalnego i globalnego.
   - Idea ekstrapolacji.
   - Analiza błędu zaokrąglenia.
   - Metoda adaptacyjna wyboru kroku.
   - Metody wielokrokowe.

8. **Interpolacja - podstawy i zastosowania (2).**

L i t e r a t u r a

Podręczniki podstawowe:

[1] A. Sołtysiak, *Analiza matematyczna*, cz. 1 i 2, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań, 1995.

[2] H. i J. Musielakowie, *Analiza matematyczna*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań, 1993.

[3] W. Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1998.

[4] A. Ralston, *Wstęp do analizy numerycznej*, PWN, Warszawa, 1971.

[5] A. Palczewski, *Równania różniczkowe zwyczajne*, WNT, Warszawa, 1999.

[6] J. Ombach, Wykłady z równań różniczkowych, Wyd. Uniw. Jagiellońskiego, 1999.

Podręczniki dodatkowe:

[7] J. Stoer, R. Bulirsch, *Wstęp do analizy numerycznej*, PWN, Warszawa, 1987.

[8] E.W. Swokowski, *Calculus with analytic geometry*, Prindle, Weber, Schmidt, Boston 1979.

Zbiory zadań:

[9] J. Banaś, S. Wędrychowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, WNT, Warszawa 1994.

[10] B.P. Demidowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, t.1, 2 i 3, Naukowa Książka, Lublin 1992 (t.1) i 1993 (t.2 i 3).

[11] W. Krysicki, L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, t.1 i 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1975.

[12] N.M. Matwiejew, *Zadania z równań różniczkowych zwyczajnych*, PWN,