prof. UAM dr hab. Mieczysław Cichoń

0.1 Równania Cauchy'ego-Riemanna.

Rozpatrzymy parę funkcji $u(x, y)$ oraz $v(x, y)$ o wartościach rzeczywistych. Para równań:

$$(1) \qquad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

oraz

$$(2) \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

nazywana jest równaniami Cauchy-ego-Riemanna.

Twierdzenie. Funkcja $f(z) = f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ jest funkcją holomorficzną wtedy i tylko wtedy, gdy pochodne cząstkowe $\Re f = Re\ f = u$ i $\Im f = Im\ f = v$ spełniają równania (1) i (2) Cauchy'ego-Riemanna.

Ponieważ dla funkcji holomorficznej jej części rzeczywiste i urojone są funkcjami harmonicznymi, to oznacza, że biorąc daną funkcję harmoniczną możemy znaleźć na podstawie powyższych równań funkcję harmonicznie z nią sprzężoną.