

Pytania "różne":

1. Które z poniższych zapisów są równaniami różniczkowymi cząstkowymi (odpowiedzi uzasadnij!):

a) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (1 + y^2) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2y(1 + y^2) \frac{\partial u}{\partial y}$,

b) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2x \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial y} > 0$,

c) $\sqrt{-x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \ln x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial y} = 0$,

e) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2x \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 2$.

2. Całka pierwsza układu równań różniczkowych zwyczajnych. Definicja, istnienie, liczba całek pierwszych niezależnych, podać PRZYKŁAD układu równań różniczkowych zwyczajnych wraz z jego całkami pierwszymi niezależnymi. Związek takich całek pierwszych z równaniami różniczkowymi cząstkowymi pierwszego rzędu.

3. Omówić główne kroki konstrukcji rozwiązania problemu Dirichleta dla koła.

4. " ...Istnieje więc analityczna całka pierwsza $\varphi(x, y)$ równania (6) taka, że $\frac{\partial \varphi}{\partial y} \neq 0$ w pewnym otoczeniu Ω . Mamy:

$$\varphi(x, y) = \varphi_1(x, y) + i \cdot \varphi_2(x, y).$$

Kładziemy do transformacji Φ :

Proszę podać fragmentem jakiego rozumowania jest podany wyżej urywek i uzupełnić ostatnie z jego zdań. Omówić krótko problem, którego dotyczy ten fragment.

5. Zbadaj zagadnienie metodą Fouriera (rozdzielania zmiennych) - sprawdź stosowalność metody i oblicz wartości własne odpowiedniego zagadnienia dla równania zwyczajnego ($t \geq 0, 0 \leq x \leq 1$):

$$\frac{\delta^2 u}{\delta t^2} = \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + u$$

$$u(x, 0) = x$$

$$\frac{\delta u}{\delta t}(x, 0) = 0$$

$$u(0, t) = 0$$

$$\frac{\delta u}{\delta x}(1, t) = 0.$$

6. Równanie różnicowe Laplace'a - postać, przybliżanie równania różniczkowego, główne zastosowania (obszary), zasada maksimum w metodzie siatek.
7. Znaleźć kształt jaki przyjmie struna nieograniczona w chwili $t = 6$ jeżeli jej początkowy kształt dany jest wzorem $u(0, x) = \sin 5x$ i została ona puszczona swobodnie. Omówić wykorzystaną metodę.
8. Na przykładzie układu równań:

$$\begin{cases} x'(t) = 1 \\ y'(t) = 2 \end{cases}$$

porównaj jego całki pierwsze (niezależne) oraz jego rozwiązanie (podaj odpowiednie definicje i własności).