Klasyczne wzory transformacyjne (i odwrotne).

Dla równania:

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D\frac{\partial u}{\partial x} + E\frac{\partial u}{\partial y} + Fu = G$$

można (jak ktoś bardzo chce) od razu napisać postać kanoniczną:

$$\overline{A}u_{\xi\xi} + \overline{B}u_{\xi y} + \overline{C}u_{yy} + \overline{D}u_{\xi} + \overline{E}u_{y} + \overline{F}u = \overline{G}$$

where

$$\overline{A} = A\xi_x^2 + B\xi_x\xi_y + C\xi_y^2$$

$$\overline{B} = 2A\xi_x\eta_x + B(\xi_x\eta_y + \xi_y\eta_x) + 2C\xi_y\eta_y$$

$$\overline{C} = A\eta_x^2 + B\eta_x\eta_y + C\eta_y^2$$

$$\overline{D} = A\xi_{xx} + B\xi_{xy} + C\xi_{yy} + D\xi_x + E\xi_y$$

$$\overline{E} = A\eta_{xx} + B\eta_{xy} + C\eta_{yy} + D\eta_x + E\eta_y$$

$$\overline{F} = F, \overline{G} = G$$

A to przy podstawieniu ξ = ξ(x,y)   η = η(x,y)

(z niezerowym jakobianem – ca najmniej w pewnej dziedzinie):

$$J = \xi_x\eta_y - \xi_y\eta_x \neq 0$$

I wzorach prostych:

$$u_x = u_\xi\xi_x + u_\eta\eta_x$$

$$u_y = u_\xi\xi_x + u_\eta\eta_y$$

$$u_{xx} = u_{\xi\xi}\xi_x^2 + 2u_{\xi\eta}\xi_x\eta_x + u_{\eta\eta}\eta_x^2 + u_\xi\xi_{xx} + u_\eta\eta_{xx}$$

$$u_{xy} = u_{\xi\xi}\xi_x\xi_y + u_{\xi\eta}(\xi_x\eta_y + \xi_y\eta_x) + u_{\eta\eta}\eta_x\eta_y + u_\xi\xi_{xy} + u_\eta\eta_{xy}$$

$$u_{yy} = u_{\xi\xi}\xi_y^2 + 2u_{\xi\eta}\xi_y\eta_y + u_{\eta\eta}\eta_y^2 + u_\xi\xi_{yy} + u_\eta\eta_{yy}$$