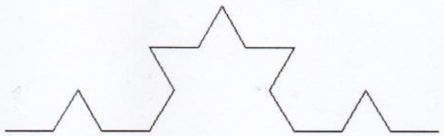
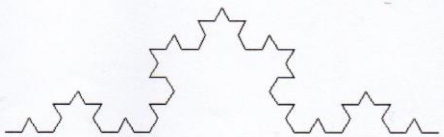
Newton i Leibnitz (niezależnie od siebie) tworzą rachunek różniczkowy – doskonałe narzędzie (między innymi) do badania przebiegu funkcji. W epoce, kiedy maszyny liczące nie posiadały możliwości wykonywania wielu obliczeń w ciągu ułamka sekundy, można było stosunkowo łatwo (dzięki Newtonowi i Leibnitzowi) przewidzieć kształt nawet bardzo skomplikowanej funkcji, jeśli tylko w dostatecznie dużych obszarach była różniczkowalna. Różniczkowalność w interpretacji geometrycznej oznacza posiadanie stycznej określonej jednoznacznie. Pod koniec XIX ina początku XX wieku przy próbach dogłębnego zrozumienia pojęć podstawowych (takich jak np. „ciągłość" czy „krzywa") zauważono istnienie struktur, które obecnie nazywamy fraktalami. Wśród matematyków związanych z fraktalami możemy wymienić na przykład Georga Cantora (1872), Giuseppe Peana (1890), Dawida Hilberta (1891), Helge'a von Kocha (1904), Wacława Sierpińskigo (1916), Gastona Julię (1918), czy Felixa Hausdorffa (1919). Helge von Koch był szwedzkim matematykiem, który w roku 1904 wprowadził krzywą nazywaną obecnie krzywą Kocha. Linia ta w każdym punkcie jest nieróżniczkowalna. Pojęcie nachylenia krzywej jest zgodne z intuicją i ma związek z pojęciem stycznej. Jeśli jednak krzywa ma załamania to pojawia się problem. Nie możemy dopasować jednoznacznie stycznej. Otóż krzywa Kocha jest przykładem krzywej, która w każdym punkcie ma załamanie, co prowadzi do tego, że niemożliwe jest określenie stycznej w sposób jednoznaczny.

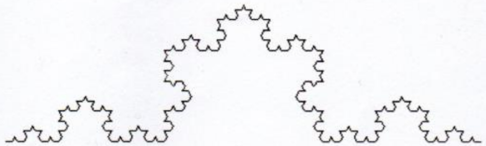
Konstrukcja krzywej Kocha przedstawia się następująco. Zaczynamy od odcinka (obiekt ten nazwiemy inicjatorem), dzielimy na trzy równe części, a w miejsce środkowej wstawiamy trójkąt równoboczny i usuwamy jego podstawę. Kończymy w ten sposób podstawowy krok konstrukcji. Otrzymana figura nosi nazwę generatora. Powtarzamy konstrukcję w ten sposób, że w miejsce każdego odcinka wstawiamy odpowiednio zmniejszony generator. Kilka początkowych kroków przedstawiają rysunki :

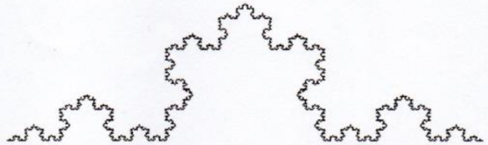
krok 1

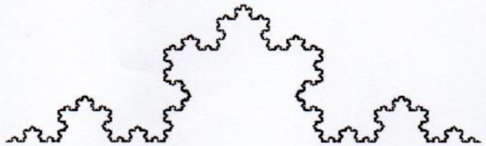

krok 2


krok 3


krok 4


krok 5


krok 6


krok 7

Spróbujmy obliczyć długość kolejnych wyrazów ciągu zbieżnego do krzywej Kocha. Długość inicjatora oznaczmy literą b (zerowy wyraz ciągu). Pierwszy wyraz składa się z 4 odcinków o długości (1/3)×b, drugi z 4×4 odcinków o długości $(1/3)^2\times b$, trzeci - 4×4×4 odcinków o długości $(1/3)^3\times b$, ... Otrzymujemy więc ciąg liczb:

$4^1 \times 3^{-1} b$

$4^2 \times 3^{-2} b$

$4^3 \times 3^{-3} b$

....

$4^i \times 3^{-i} b$

Ciąg ten przy dużych i dąży do nieskończoności.

Problem pomiaru długości krzywych opisanych wyżej jest podobny do mierzenia długości linii brzegowej np. Anglii. Pomiar na mapie zależy od skali wjakiej narysowano tę mapę.

Wokół nas można znaleźć wiele obiektów o budowie fraktalnej. Główka kalafiora składa się z różyczek, które po oddzieleniu od reszty przypominają całą główkę, tyle że w pomniejszeniu. Części te mogą być znowu podzielone na jeszcze mniejsze cząstki, które znowu są podobne do całego kalafiora, jak również do części z której zostały oddzielone. Ta własność przenosi na trzecią i może czwartą generację. Potem różyczki stają się za małe żeby je dzielić. W matematycznym modelu fraktali własność samopodobieństwa przenosi się na następną generację nieskończenie wiele razy. Prowadzi to do nowych pojęć takich jak wymiar fraktalny, który można stosować również do obiektów, nie mających dowolnie małych części.