(8) $F: \mathbb{R}_+ \cup \{0\} \to 2^{\mathbb{R}_+ \cup \{0\}}$

$$F(x) = \begin{cases} \langle 0, x\rangle \cup \{\frac{1}{x}\}, & x > 0, \\ \{0\}, & x = 0. \end{cases}$$

Wykazać, że F jest domknięta w $x_0 = 0$, ale nie jest usc w $x_0 = 0$.

(9) Wykazać, że jeżeli F jest lsc to $\overline{F}$ (domknięcie) dana wzorem $\overline{F}(x) = \overline{F(x)}$ także jest lsc.

(10) Zbadać ciągłość multifunkcji $F: X \to 2^Y$

(a) $X = \mathbb{R}$, $Y = \{1,2,3,4,5\}$

$\tau = \{\emptyset, Y, \{2,3\}, \{4\}, \{2,3,4\}\}$

$$F(x) = \begin{cases} \{2,5\}, & x < 0, \\ \{2,3,4\}, & x = 0, \\ \{4,5\}, & x > 0, \end{cases}$$

(b) $X = \mathbb{R}$, $Y = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

τ – generowana przez zbiory $\{1,3,5\}$ i $\{2,5,7\}$

$$F(x) = \begin{cases} \{1,3,5\}, & x \text{ takie, że } \sin x > 0, \\ \{1,7\}, & \text{pozostałe } x. \end{cases}$$

(11) Pokazać, że jeżeli $F, G: X \to 2^Y$ są usc, to $F \cup G: X \to 2^Y$ dana wzorem $(F \cup G)(x) = F(x) \cup G(x)$ jest usc.

(12) Zbadać $Li\, A_n$, $Ls\, A_n$, $\widetilde{Li}\, A_n$, $\widetilde{Ls}\, A_n$:

(a) $A_n = \{(-1)^n\} \cup \langle -1 + \frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}\rangle$,

(b) $A_n = \{(-1)^n, 2 + \frac{3}{n}\}$.

(13) Zbadać ciągłość rzutowania $P_D: \mathbb{R}^2 \to 2^D$ dla $D = \{(x,y): y = |x|, x \in \langle -1, 1\rangle\}$, gdy $\mathbb{R}^2$ jest wyposażone w metrykę „rzeki" (oś OX).