(50 x)

(1) Wykazać, że $Li\, A_n \cup Li\, B_n \subset Li(A_n \cup B_n)$.

(2) Scharakteryzować metrykę Hausdorffa na rodzinie $Cl(\mathbb{R})$ z metryką dyskretną (tj. $d(x,y)=1$ dla $x \neq y$, $d(x,x)=0$).

(3) Podaj 5 przykładów odwzorowań wielowartościowych znanych z wcześniejszych wykładów matematyki (np. przyporządkowanie ciągowi ograniczonemu zbioru jego punktów skupienia itp.).

(4) $F: \mathbb{R}_+ \cup \{0\} \to 2^{\mathbb{R}_+ \cup \{0\}}$

$$F(x) = \begin{cases} \langle 0, x \rangle \cup \{\frac{1}{x}\}, & x > 0 \\ \{0\}, & x = 0. \end{cases}$$

Wykazać, że F jest domknięta w $x_0 = 0$, ale nie jest usc w $x_0 = 0$.

(5) Zdefiniujmy multifunkcję $G_F = Y \setminus F$ $(F: X \to 2^Y)$ tj. $G_F(x) = Y \setminus F(x)$ (dopełnienie). Podać przykład multifunkcji ciągłej F takiej, że G_F nie jest ciągła (Wsk. $\Rightarrow$ wykorzystać proste przykłady na przestrzeni $Y = \{1,2,3\}$ z odpowiednio dobraną topologią).

(6) Wykazać, że jeśli F jest lsc to $\overline{F}$ jest lsc.

(7) Zbadać ciągłość multifunkcji $F: X \to 2^Y$
$X = \mathbb{R}$, $Y = \{1,2,3,4,5\}$, $\tau = \{\emptyset, Y, \{2,3\}, \{4\}, \{2,3,4\}\}$
danej wzorem:

$$F(x) = \begin{cases} \{2,5\} & x < 0 \\ \{2,3,4\} & x = 0 \\ \{4,5\} & x > 0. \end{cases}$$

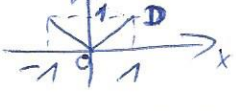
(8) Pokazać, że jeśli $F, G: X \to 2^Y$ są usc to $F \cup G: X \to 2^Y$ $((F \cup G)(x) = F(x) \cup G(x))$ jest usc.

(9) Zbadać $Li\, A_n$, $Ls\, A_n$, $\widetilde{Li}\, A_n$, $\widetilde{Ls}\, A_n$, gdy

$$A_n = \{(-1)^n\} \cup \langle -1 + \tfrac{1}{n}, 1 - \tfrac{1}{n} \rangle$$

(10) j.w. dla $A_n = \{(-1)^n, 2 + \frac{3}{n}\}$

(11) Zbadać ciągłość rzutowania $P_D: \mathbb{R}^2 \to 2^D$ dla



dla $\mathbb{R}^2$ wyposażonej w metrykę „rzeki" (oś OX).